
УДК 659

Шматов Георгий Артемович

канд. физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник,
доцент кафедры «Реклама» Гуманитарного ун-та
(г. Екатеринбург)

Georgiy A. Shmatov

Candidate of Physics & Mathematics,
Associate Professor at Advertising Chair, Social
Psychology Department,
Liberal Arts University/University for Humanities,
Ekaterinburg

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РЕКЛАМНОГО
МЕДИАПЛАНИРОВАНИЯ**

**ECONOMIC AND MATHEMATICAL
MODELS AND WAYS OF
MEDIAPLANNING IN ADVERTISING**

Аннотация

В статье излагается методология и технология планирования рекламной кампании. Излагаются основные принципы экономико-математической теории медиапланирования, позволяющей решать задачи оптимизации рекламного бюджета при размещении рекламы в СМИ.

Ключевые слова: медиапланирование, реклама, мультимедийность, оптимизация, эффективность.

Abstract

The methodology and technology of planning of an advertising campaign is stated in the article. The basic principles of the economic-mathematical media planning theory which gives the opportunity to achieve the advertising budget optimization when placing advertisements in the media are presented.

Keywords: media planning, advertising, multimedia, optimization, efficiency.

Основные понятия теории. Основными коммуникативными понятиями теории медиапланирования являются понятия *медиасобытия*, *рейтинга*, *предельного охвата*. Для прессы (газеты, журналы) медиасобытие – это выход в свет *одного* номера (выпуска) издания. Для электронных СМИ (телеканал, радиостанция) медиасобытие – это *эфирное событие* определенной длительности (минута, 15 минут и т. п.), относящееся к какому-то определенному моменту времени в сетке суточного вещания того или иного теле- или радиоканала. Используя понятие медиасобытий, связанных с размещением рекламы, сформулируем определение рейтинга и предельного охвата СМИ.

Рейтинг медиа R – это средняя доля целевой аудитории, имевшей контакт с одним медиасобытием (с одним номером издания или с эфирным событием).

Предельный охват G^∞ это доля целевой аудитории, имевшей хотя бы один контакт со СМИ при сколь угодно большом числе медиасобытий.

Целевая аудитория (ЦА) представляет собой множество реальных или потенциальных потребителей, являющихся объектом рекламного воздействия.

Для вывода формул вычисления охвата аудитории как функции числа медиасобытий, связанных с размещением рекламы, приведенные выше определения рейтинга и предельного охвата нужно сформулировать на языке теории вероятностей.

Рейтинг R – вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел контакт с одним медиасобытием.

Предельный охват G^∞ – вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел контакт хотя бы с одним медиасобытием при сколь угодно большом числе медиасобытий.

Охват $G(m)$ – это доля целевой аудитории, имевшей хотя бы один контакт со СМИ за m одинаковых медиасобытий (с одинаковым рейтингом, предельным охватом). *Охват* $G(m)$ – это вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел хотя бы один контакт со СМИ за m одинаковых медиасобытий.

Спектр (частотное распределение) охвата, $g(f)$ – это доля целевой аудитории, имевшей ровно f контактов со СМИ при условии, что имелось m одинаковых медиасобытий. *Спектр охвата $g(f)$* – это вероятность того, что случайно выбранный из целевой аудитории человек имел ровно f контактов со СМИ при условии, что имелось m одинаковых медиасобытий. Спектр охвата $g(f)$ и охват аудитории $G(m)$ связаны соотношением

$$G(m) = \sum_{f=1}^m g(f), \text{ которое следует из условия сохранения охвата.}$$

Бинарная модель аудитории СМИ предполагает наличие двух непересекающихся сегментов – случайной и постоянной аудиторий, различающихся характером контактов со СМИ. Каждый из этих сегментов характеризуется двумя параметрами – вероятностью контакта случайно выбранного представителя аудитории со СМИ при одном (рейтинг) и бесконечно большом (предельный охват) числе медиасобытий (размещений рекламы в СМИ). Для случайно обновляемой аудитории эти параметры обозначим символами R_0 и G_0^∞ , а для постоянной аудитории – CP и C . Рейтинг R и предельный охват G^∞ СМИ выражаются через эти параметры следующим образом: $R = R_0 + CP$, $G^\infty = G_0^\infty + C$. Введем вероятность контакта с одним медиасобытием не для всей целевой аудитории, а только для ее части, относящейся к аудитории СМИ. Эта вероятность для обновляемой аудитории дается отношением $r = R_0 / G_0^\infty$, а для постоянной аудитории – параметром P . Набор параметров СМИ R_0 , G_0^∞ , CP и C (или r , G_0^∞ , P и C) находится в результате медиаисследований и осуществляет связь теории с практикой планирования размещения рекламы.

Вычисление охвата аудитории. При вычислении охвата целевой аудитории используется бинарная модель аудитории СМИ. Выделяя в каждом сегменте ЦА аудиторию СМИ, можно показать, что данное выше определение спектра охвата $g(f)$ приводит для каждого сегмента к схеме Бернулли с параметрами r , G_0^∞ и P , C . Используя эти параметры в схеме Бернулли, получим следующую формулу вычисления спектра охвата [1. С. 157]:

$$g(f) = C_m^f (G_0^\infty r^f q^{m-f} + CP^f U^{m-f}), \quad (1)$$

где C_m^f – биномиальные коэффициенты; $r = R_0 / G_0^\infty$, $q = 1 - r$; $U = 1 - P$.

Из формулы (1) следует справедливость соотношения, выражающего закон сохранения числа контактов аудитории со СМИ, в которых размещена реклама:

$$\sum_{f=1}^m f g(f) = m R, \quad (2)$$

Охват аудитории $G(m)$ при m -кратном размещении рекламы в СМИ находится в результате суммирования спектра охвата (1) по всем возможным числам контактов f :

$$G(m) = \sum_{f=1}^m g(f). \text{ В результате суммирования получим формулу вычисления охвата как}$$

функции числа размещений рекламы:

$$G(m) = G_0^\infty (1 - q^m) + C (1 - U^m), \quad (3)$$

Число контактов f представляет собой случайную величину с функцией распределения вероятностей $p(f) = g(f) / G(m)$. Функция $p(f)$ представляет собой сумму модифицированных за счет весовых множителей биномиальных распределений вероятностей. Используя их свойства, находим математическое ожидание M и среднеквадратичное отклонение σ случайной величины f :

$$M(f) = m R / G(m), \quad (4)$$

$$\sigma = \sqrt{m} / G(m) [(G_0^\infty)^2 r q + C^2 P U]^{1/2}. \quad (5)$$

Математическое ожидание представляет собой среднее число (среднюю частоту) контактов представителя ЦА с рекламой при ее m -кратном размещении в СМИ. Средняя частота $\bar{f} = m R / G(m)$ характеризует интенсивность рекламных контактов представителя ЦА со СМИ и используется для определения эффективного числа размещений рек-

ламы, при котором достигается равенство *средней частоты эффективной частоте*: $\bar{f} = f_{\text{эф}}^1$. Эффективная частота контактов $f_{\text{эф}}$ определяется как среднее число контактов представителя ЦА с рекламой, достаточное для того, чтобы реклама достигла своей цели (узнавалась, припоминалась, побуждала к покупке и т. п.). Величина $f_{\text{эф}}$ находится из исследований, из анализа результатов размещения рекламы либо по определенной методике (напр., методами Остроу или Росситера-Перси [2. С. 213; 3. С. 487]).

Размещение по эффективной частоте. Стандартное отклонение σ позволяет оценить *степень рассеяния* значений случайной величины f относительно ее математического ожидания и определяет *риски*, связанные с возможностью представителя ЦА или аудитории СМИ не получить запланированное число контактов с рекламой. Используя стандартное отклонение σ , критерий эффективности размещения записывается в виде $\bar{f} = f_{\text{эф}} + t \sigma$. Параметр t позволяет контролировать *риск* $\rho(t)$ не получить эффективное число контактов с рекламой. Для представителя аудитории СМИ $\rho(t) = [1 - \Phi(t)] / 2$, где $\Phi(t)$ – интеграл вероятностей. Например, при $t = 1$ (0,5; 0) вероятность не получить эффективное число контактов $\rho = 16\%$ (31%; 50%). Для представителя ЦА риск не получить эффективное число контактов равен $\rho(t) G(m)$. Используя критерий эффективности $\bar{f} = f_{\text{эф}} + t \sigma$ и выражения (4)–(5), получим уравнение

$$m R / G(m) = f_{\text{эф}} + t [(G_0^\infty)^2 r q + C^2 P U]^{1/2} \sqrt{m} G(m), \quad (6)$$

из которого находится эффективное число размещений m . Уравнение (6) решается численными методами. При больших m имеется аналитическое решение этого уравнения. При $C = 0$, $M = G^\infty / R = 5$, $f_{\text{эф}} = 3$ из уравнения (6) получим следующие оценки эффективного числа размещений в зависимости от параметра t : $m = 25$ (19; 15) при $t = 1$ (0,5; 0), что соответствует вероятности $\rho = 16\%$ (31%, 50%) не получить эффективное число контактов $f_{\text{эф}} = 3$.

Уравнение (6) можно использовать для выбора оптимальных СМИ для размещения рекламы: выбираются те СМИ, стоимость пункта охвата в которых минимальна: $v m / G(m) \Rightarrow \min$, где m – решение уравнения (6), v – стоимость одного размещения рекламы. При этом необходимо контролировать охват $G(m)$.

Размещение по эффективному охвату. Зная эффективную частоту $f_{\text{эф}}$ и спектр охвата (1), вычислим эффективный охват $G_{\text{эф}}$ – долю аудитории, получившую число контактов, не меньшее эффективного:

$$G_{\text{эф}} = \sum_{f=1}^m E(f) g(f), \quad (7)$$

где $E(f)$ – функция, описывающая изменение эффективности контактов в интервале частот $2\Delta f$ вблизи значения эффективной частоты. Параметры функции эффективности $f_{\text{эф}}$ и Δf зависят от цели рекламы и определяются из анализа результатов ее размещения. Эффективный охват $G_{\text{эф}}$ является функцией параметров эффективности $f_{\text{эф}}$ и Δf , параметров СМИ R , G^∞ , P , C и числа размещений рекламы m . Если задать определенную величину эффективного охвата $G^* < G^\infty$, то можно определять *эффективное* число размещений, решая уравнение $G_{\text{эф}}(f_{\text{эф}}, \Delta f, R, G^\infty, P, C, m) = G^*$ относительно m . Оптимальным является размещение в том СМИ, которое обеспечивает *заданный* эффективный охват G^* при *минимальном* рекламном бюджете ($v m$) $\Rightarrow \min$. Задачи оптимизации при размещении рекламы в одном СМИ весьма ограничены, поскольку охват G^* не может превышать предельный охват СМИ G^∞ . Более корректно оптимизация осуществляется при размещении рекламы в нескольких СМИ.

Анализ спектра охвата $g(f)$ и охвата аудитории $G(m)$. Функция $g(f)$ согласно формуле (1) представляет собой сумму двух спектров. Спектр обновляемой аудитории $g_1(f)$ имеет максимум при

¹ Термины «число контактов» и «частота контактов» употребляются как синонимы, так как в литературе по медиапланированию термин «эффективная частота контактов» стал общепринятым.

$$m \geq m_{\downarrow} \text{ и } m \geq m_{\uparrow}, \quad (8)$$

где $m_{\downarrow} = 2 / r - 1$, $m_{\uparrow} = r / (1 - r)$ – числа размещения рекламы, при достижении которых меняется характер спектра, $r = R_0 / G_0^{\infty}$. Если $m < m_{\downarrow}$, то спектр $g_1(f)$ убывает с ростом f , а если $m < m_{\uparrow}$ – возрастает. Максимум спектра реализуется при наименее вероятной частоте контакта $f_m = [(m + 1) r]$, здесь в квадратных скобках – целая часть числа.

Анализ зависимостей, полученных по формуле (3), показывает, что для моделирования любой, встречающейся на практике зависимости $G(m)$ достаточно четырех параметров – R , G^{∞} и C , P . Соответствие данных, полученных с помощью формулы (3), охватом реальных СМИ, определяется числом используемых параметров теории R , G^{∞} , C , P и точностью их измерений. Результаты расчетов охвата аудитории по приведенным выше формулам имеют хорошее согласие с данными исследований.

Оценка предельных охватов СМИ. Если измерить охват аудитории каждого ее сегмента для определенного числа медиасобытий, то по формуле (3) можно оценить соответствующий предельный охват. Пусть в результате исследований установлено, что рейтинг обновляемой аудитории $R_0 = 12\%$, а охват аудитории при $m = 6$ равен 38% . Решая уравнение $G_0^{\infty} [1 - (1 - 0,12 / G_0^{\infty})^6] = 0,38$, получим $G_0^{\infty} = 45\%$.

Зависимость медиасобытий. Мерой зависимости событий является коэффициент корреляции r . Вычисляя коэффициент корреляции медиасобытий, относящихся к одному СМИ, получим: $r = R(1 - G^{\infty}) / G^{\infty}(1 - R)$. Из этой формулы следует, что если $G^{\infty} = 1$, то $r = 0$ и контакты являются независимыми. Если $G^{\infty} < 1$, то $r \neq 0$ и контакты – зависимы (осуществление контакта представителя ЦА с медиа зависит от предшествующих контактов). При $R = 15\%$, $G^{\infty} = 23\%$ имеем: $r = 59\%$, что свидетельствует о существенной зависимости медиасобытий.

Приближенное вычисление охвата аудитории. Если постоянная аудитория невелика по сравнению со всей аудиторией СМИ ($C \ll G^{\infty}$), ею можно пренебречь и вместо 4-х использовать два параметра, R и G^{∞} , величина которых при $C=0$ обусловлена обновляемой аудиторией. При проведении приближенных оценок целесообразно использовать установленную на основе исследований зависимость $G^{\infty} = R(1 + \mu \ln^2 R)$, где μ – коэффициент аппроксимации. Поскольку число коэффициентов μ равно числу типов СМИ, их определение является более простой задачей, чем измерение предельных охватов каждого СМИ. Установив величину коэффициентов μ , охват аудитории вычисляется по формуле (3), которая в данном случае содержит один параметр СМИ – рейтинг.

Закон коммуникативной эффективности медиа. Коммуникативные и экономические (стоимостные) характеристики размещения рекламы в СМИ связаны определенным соотношением, которое в силу своей универсальности представляет собой закон изменения эффективности медиа в зависимости от стоимости размещения рекламы в нем. Коммуникативную эффективность медиа оценим величиной доли охваченной при размещении рекламы аудитории $x = G(m) / G^{\infty}$. Стоимость размещения оценим с помощью параметра $y = CGP / CPP$, который представляет собой относительную стоимость пункта прироста охвата CGP в единицах стоимости пункта рейтинга $CPP = v/R$.

Зависимость между параметром коммуникативной эффективности x и параметром относительной стоимости размещения рекламы y находится из определения стоимости прироста охвата аудитории $CGP = v/[G(m + 1) - G(m)]$ и формулы (3). Эта зависимость имеет следующий вид:

$$y = k / (1 - x), \quad (9)$$

где k – коэффициент, определяемый долей постоянной аудитории. Если доля постоянной аудитории пренебрежимо мала ($C = 0$), то функция $y(x)$ является универсальной, поскольку $k = 1$ и $y(x)$ не зависит от параметров конкретного СМИ. В этом случае в любых СМИ согласно соотношению (9) доля охвата аудитории x и относительная стоимость прироста охвата y связаны определенными количественными соотношениями, представленными в таблице:

x, %	50	60	75	80	90	95	99
y	2	2,5	4	5	10	20	100

Согласно этим данным, 80 %-й уровень насыщения охвата достигается при 5-м увеличении стоимости прироста охвата y по сравнению со стоимостью первого размещения; при насыщении охвата ($x \rightarrow 100\%$) стоимость прироста охвата резко возрастает ($y \rightarrow \infty$). В силу своей универсальности найденная зависимость $y(x)$ может быть названа *законом*, описывающим изменение относительной *стоимости* использования медиа (в единицах *СРР*) от планируемого уровня его *коммуникативной эффективности*. А именно, согласно закону коммуникативной эффективности (9), относительная стоимость прироста охвата y обратно пропорциональна доле неохваченной аудитории СМИ $1-x$. Объяснение этой зависимости состоит в следующем: поскольку прирост охвата аудитории осуществляется за счет еще не охваченной аудитории, то чем она меньше, тем выше стоимость прироста охвата при очередном размещении рекламы. Формула (9) позволяет оценить уровень затрат, необходимых для достижения того или иного уровня охвата аудитории.

Охват и спектр охвата L СМИ. При размещении рекламы в нескольких СМИ возникает задача оценки величины *охвата* целевой аудитории и *спектра* мультимедийного охвата аудитории, которые являются наиболее важными количественными характеристиками коммуникативной эффективности. *Охват* аудитории L СМИ $G(L)$ – это доля целевой аудитории, имевшей хотя бы один контакт с любым из L СМИ или с любым сочетанием СМИ, в которых размещается реклама. Эквивалентное теоретико-вероятностное определение: охват аудитории L СМИ $G(L)$ – это вероятность контакта случайно выбранного из целевой аудитории человека с любым из L СМИ или с любым сочетанием СМИ, в которых размещается реклама. Используя эти определения и методы теории вероятностей получим следующую формулу для вычисления охвата аудитории:

$$G(L) = G^{\infty} \left[1 - \prod_{j=1}^L (1 - G_j(m_j) / G^{\infty}) \right], \quad (10)$$

где G^{∞} – предельный охват группы L СМИ, j – номер СМИ: $j = 1, 2, \dots, L$; $G_j(m_j)$ – охват j -го СМИ, вычисляемый по формуле (3).

Формулу для вычисления охвата аудитории (10) можно записать как сумму областей индивидуального и совместного воздействия СМИ. В качестве примера приведем формулу вычисления охвата 3-х СМИ:

$$G(3) = \Delta_1 G_1 + \Delta_2 G_2 + \Delta_3 G_3 + \Delta_{12} G_1 G_2 + \Delta_{13} G_1 G_3 + \Delta_{23} G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3 \quad (11)$$

Здесь $\Delta_1 = (1 - G_2)(1 - G_3)$, $\Delta_2 = (1 - G_1)(1 - G_3)$, $\Delta_3 = (1 - G_1)(1 - G_2)$, $\Delta_{12} = 1 - G_3$, $\Delta_{13} = 1 - G_2$, $\Delta_{23} = 1 - G_1$. В рассматриваемом случае имеем 7 областей – 3 области индивидуального и 4 области совместного воздействия СМИ. При произвольном числе СМИ L число таких областей $N_L = 2^L - 1$, из них число областей совместного воздействия СМИ $n_L = 2^L - L - 1$. При $L = 4, 5, 6, \dots$ из этих формул получим: $N_4 = 15$, $N_5 = 31$, $N_6 = 63, \dots$; $n_4 = 11$, $n_5 = 26$, $n_6 = 57, \dots$

Выражение для спектра охвата L СМИ можно получить, используя представление охвата L СМИ как суммы индивидуального и совместного воздействия. Охват $G(L)$ и спектр охвата $g(f)$ L СМИ связаны законами сохранения охвата и числа контактов:

$$G(L) = \sum_{f=1}^{f_{\max}} g(f), \quad \sum_{f=1}^{f_{\max}} f g(f) = \sum_{j=1}^L m_j R_j, \quad (12)$$

Зная полное число рекламных контактов и охват аудитории $G(L)$, находим среднее число контактов \bar{f} , приходящихся на одного представителя аудитории

$$\bar{f} = \sum_{j=1}^L m_j R_j / G(L). \quad (13)$$

Характер спектра охвата L СМИ. Если число СМИ L невелико, то спектр $g(f)$ может иметь $2^L - 1$ локальных максимумов. Частоты, соответствующие этим максимумам, равны

средним частотам контактов с *каждым* СМИ $\bar{f}_j = m_j R_j / G_j(m_j)$, а также частотам, равным всем суммам средних частот $\bar{f}_i + \bar{f}_j$, $\bar{f}_i + \bar{f}_j + \bar{f}_k$, ..., $\bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \dots + \bar{f}_L$, где $G_j(m_j)$ – охват j -го СМИ, вычисленный согласно (3). Суммы средних частот представляют собой средние частоты контактов всех возможных пересечений СМИ, которые соответствуют *совместному* воздействию различных сочетаний СМИ. Такое поведение средних частот объясняется тем, что спектр любой области совместного воздействия СМИ представляет собой *свертку* спектров, описываемых биномиальным распределением вероятностей. Поскольку биномиальное распределение является *устойчивым*, свертка спектров также имеет характер биномиального распределения. При этом математическое ожидание случайной величины, соответствующей свертке спектров, равно *сумме* математических ожиданий, соответствующих отдельным спектрам этой свертки. Спектр охвата большого числа СМИ имеет характер *нормального* распределения, что объясняется *центральной предельной* теоремой теории вероятностей, согласно которой сумма большого числа биномиально распределенных нормированных случайных величин описывается асимптотически нормальным распределением вероятностей. Как и в случае одного СМИ, наивероятнейшее число контактов f_m не совпадает со средней частотой \bar{f}

Размещение по эффективной частоте в нескольких СМИ осуществляется, как и в одном СМИ, с помощью критерия эффективности $\bar{f} = f_{\text{эф}} + t \sigma$. Стандартное отклонение σ находится по формуле $\sigma = \left[\sum_{f=1}^{f_{\text{max}}} (f - \bar{f})^2 p(f) \right]^{1/2}$, где $p(f) = g(f) / G(L)$, $g(f)$ – спектр охвата L СМИ, $G(L)$ – полный охват.

Оптимизация размещения рекламы состоит в поиске такого распределения чисел размещения m_j , которое обеспечивает выполнение критерия эффективности $\bar{f} = f_{\text{эф}} + t \sigma$ при *наименьшем* бюджете $\sum_{j=1}^L m_j v_j \Rightarrow \min$. При этом нужно контролировать риск $\rho(t)$ не получить эффективное число контактов и эффективный охват аудитории $G_{\text{эф}}(t)$, который вычисляется по формуле $G_{\text{эф}}(t) = G(L) [1 - \rho(t)]$.

Рассмотрим *частный случай* приведенных выше формул: оценим среднюю интенсивность контактов в *одном* СМИ при размещении рекламы в L СМИ с *одинаковыми* параметрами (R и \bar{G}). Найдем *эффективное* число размещений рекламы m в одном СМИ, обеспечивающее равенство среднего числа контактов \bar{f} эффективной частоте $f_{\text{эф}}$ согласно критерию эффективности $\bar{f} = f_{\text{эф}} + t \sigma$. В итоге при $C = 0$ получим следующее уравнение:

$$m R / [G^{\infty} (1 - q^m)] = f_{\text{эф}} + (t / \sqrt{L}) (r q)^{1/2} \sqrt{m} / (1 - q^m), \quad (14)$$

которое отличается от уравнения (6) тем, что параметр t , задающий риск недостижения эффективного числа контактов, *уменьшился* в \sqrt{L} раз.

Сравним результаты, следующие из формул (14) и (6). Как следует из формулы (6), при $M = \bar{G} / R = 5$, $f_{\text{эф}} = 3$, $t = 1$ эффективное число размещений рекламы в *одном* СМИ $m = 25$. При этом риск не получить эффективное число контактов $\rho = 16\%$. При тех же параметрах ($M = \bar{G} / R = 5$, $f_{\text{эф}} = 3$, $t = 1$) и том же уровне риска $\rho = 16\%$ из формулы (14) при $L = 4$ получим: $m = 19$. То есть при размещении рекламы в *нескольких* СМИ число размещений, гарантирующее достижение *заданной* интенсивности воздействия с заданным риском в *одном* СМИ, *уменьшается*. Отсюда следует, что риск недостижения эффективного числа контактов в *одном* СМИ *уменьшается с ростом числа СМИ* при *одинаковом* числе размещений рекламы в каждом из них.

Оптимизация размещения по эффективному охвату. Эффективный охват аудитории вычисляется по формуле

$$G_{\text{эф}} = \sum_{f=1}^{f_{\text{max}}} E(f) g(f), \quad (15)$$

аналогичной формуле (7), здесь $E(f)$ – функция эффективности контактов, $g(f)$ – спектр охвата L СМИ. Зная эффективный охват $G_{эф}$, можно осуществить *оптимизацию* размещения рекламы по следующей методике: оптимальным является такое размещение, которое обеспечивает заданный охват $G_{эф} = \text{const}$ при минимальном рекламном бюджете ($v \text{ т}$) $\Rightarrow \min$, или максимальный эффективный охват $G_{эф} \Rightarrow \text{max}$ при заданном бюджете $vt = \text{const}$.

Мультимедийный охват и учет синергии контактов. С помощью формул для спектра охвата L СМИ и эффективного охвата (15) можно вычислить эффективный мультимедийный охват с индивидуальной величиной эффективных частот для СМИ разных типов. Приведем схему такого вычисления для СМИ трех типов – ТВ, радио и прессы (варианты с большим количеством типов СМИ рассматриваются аналогично). Вначале нужно вычислить индивидуальные спектры $g(f)$ охвата для СМИ каждого типа. Затем эти спектры нужно подставить в формулу (15) и вычислить эффективные охваты $G_{эф}$ и моно-медийные спектры охватов $g_{эф}(f) = E(f) g(f)$ с учетом индивидуальных эффективных частот контактов. Затем эффективные мономедийные спектры охвата необходимо вновь подставить в формулу для спектра $g(f)$ охвата, с помощью которой вычисляется эффективный мультимедийный спектр. Суммируя этот спектр по частотам контактов, получим эффективный мультимедийный охват. Приведенный выше алгоритм вычисления эффективного мультимедийного спектра охвата позволяет моделировать синергетические эффекты, связанные с возможностью усиления эффективности мультимедийного воздействия. Моделирование осуществляется при вычислении мультимедийных сверток $g_{ТВ P}(f)$, $g_{ТВ П}(f)$, $g_{РП}(f)$ и $g_{ТВ P П}(f)$, в процессе которого используются данные о взаимодействии рекламных контактов разных типов, полученные в рекламных исследованиях.

Доля рекламного голоса S – это количественная характеристика рекламного присутствия фирмы в информационном пространстве. Обычно доля голоса S определяется как доля рекламных контактов или как доля затрат на размещение рекламы в СМИ. Однако во многих случаях эти определения приводят к весьма существенным погрешностям в вычислениях. Обобщение указанных выше методов оценки доли голоса основывается на усреднении относительных частот рекламных воздействий разных фирм для каждой части аудитории, имевшей определенное число контактов со СМИ. Усреднение осуществляется с помощью весовых функций, в качестве которых используются спектры охвата с учетом параметров эффективности. Для вычисления доли голоса фирмы 1 нужно рассмотреть все пересечения охватов фирмы 1 с охватами всех остальных фирм и выделить долю голоса фирмы 1. Для этого нужно представить охваты совместного воздействия как сумму охватов со всеми возможными числами контактов, используя представление охватов фирм через их спектры. Поскольку доля голоса фирмы 1 пропорциональна относительной частоте контактов с рекламой фирмы 1, она находится как сумма всех относительных частот с весовыми коэффициентами, равными произведениям соответствующих элементов спектра. Доля голоса является функцией параметров СМИ, используемых для размещения рекламы (рейтинги, предельные охваты, параметры эффективности и др.), а также числа размещений рекламы в каждом СМИ. Это обстоятельство позволяет использовать ее для корректной оптимизации размещения рекламы, осуществляемой с помощью численных методов. Разработанные методики вычисления доли голоса позволяют решать задачи оценки экономической эффективности рекламы, поскольку предоставляют возможность оценивать эффективность рекламы по схеме: деньги (рекламный бюджет) – рекламные контакты (TRP) – коммуникативный эффект (G) – когнитивный эффект ($G_{эф}$, S) – экономический эффект (I , P , ROI, Rent), см. далее.

Оценка экономической эффективности рекламы. Для оценки экономической эффективности планируемой рекламы необходимо сформулировать количественную модель, связывающую экономические и коммуникативные характеристики. В качестве экономических характеристик наиболее востребованными являются финансовые показатели: объемы продаж в денежном выражении, доход и прибыль, обусловленные воздействием рекламы. В качестве коммуникативных характеристик целесообразно использовать эффективный охват $G_{эф}$ и долю рекламного голоса S . Оценка экономической эффективности рекламы проводится для каждого сегмента рынка (новые, непостоянные, лояльные и др. потребители) согласно изложенной ниже модели. При этом каждый из сегментов рынка характеризуется набором измеряемых параметров – объемом, вероятностью отказа от по-

купки и др. Прогнозирование дохода I и прибыли P , обусловленных воздействием рекламы, основывается на зависимости *продаж* от *доли рекламного голоса*, установленной на практике. Определим прибыль как разницу между доходом I и затратами V на размещение рекламы: $P = I - V$. Величина дохода равна произведению стоимости одного платежа q потребителя, числа платежей n потребителя за рассматриваемый период и числа потребителей N , привлеченных рекламой: $I = q n N$. Число потребителей N определяется в результате перераспределения рекламного рынка D между фирмами-конкурентами пропорционально доле голоса S фирмы: $N = D S(m_j)$. В этом случае доход I и прибыль P можно представить в виде функций числа размещений рекламы m_j , стоимости одного размещения v_j и др. параметров:

$$I = q n D S(m_1, m_2, \dots, m_L), \quad P = I - V, \quad V = \sum_{j=1}^L m_j v_j. \quad (16)$$

D – объем рекламного рынка за K периодов (месяцев), известный по результатам исследований или из опыта; S – доля рекламного голоса, вычисленная согласно описанной выше процедуре; n – мультипликатор дохода, который равен среднему числу платежей потребителя за рассматриваемый период времени с учетом *дисконтирования* и *оттока* потребителей; V – рекламный бюджет, величина которого либо задана, либо находится в результате оптимизации размещения рекламы в соответствии с выбранным критерием эффективности. Мультипликатор дохода n вычисляется методами финансовой математики как величина усредненного денежного потока, генерируемого потребителями, привлеченными рекламой, с учетом дисконтирования и потери клиентов.

Таким образом, формулы (16) позволяют оценить доход I и прибыль P , которые могут быть получены в результате воздействия рекламы. Задачи *оптимизации* рекламного бюджета решаются методами *математической экономики* в результате максимизации этих целевых функций при определенных ограничениях на параметры функций или без этих ограничений.

Используя соотношения (16), можно вычислять такие показатели экономической эффективности, как *текущую рентабельность* j -го СМИ $Rent_j$; *возврат инвестиций* ROI (Return of Investments) – отношение *дохода* к затратам; *рентабельность инвестиций* Rent – отношение *прибыли* к величине затрат; *эффективность по прибыли* E – отношение *прироста прибыли* к затратам:

$$Rent_j = \partial P / \partial(m_j v_j); \quad ROI = I / V; \quad Rent = (I - V) / V; \quad E = (P_2 - P_1) / V, \quad (17)$$

где P_1 и P_2 – прибыль *до* и *после* рекламной кампании. Экономическая эффективность размещения рекламы оценивается с помощью показателей эффективности (17), соотношений (16) и процедуры оптимизации. Показатель $Rent_j$ оценивает рентабельность *текущего* размещения рекламы в j -м СМИ и используется в численных алгоритмах оптимизации; показатели ROI и Rent целесообразно использовать для оценки эффективности рекламы, направленной на привлечение *непостоянных* или *новых* потребителей, а показатель E – для оценки эффективности рекламы, направленной на *лояльных* потребителей.

Компьютерные программы по медиапланированию. Для практического использования экономико-математической теории медиапланирования разработаны компьютерные программы, в которых реализована возможность оптимизации размещения рекламы и рекламного бюджета в соответствии с различными критериями эффективности: по доле рекламного голоса, прогнозируемой от рекламы прибыли, мультимедийному эффективному охвату с возможностью учитывать индивидуальные эффективные частоты контактов СМИ разных типов [1. С. 381]. Эти компьютерные программы имеют ряд новых возможностей, в частности возможность оценки эффективного мультимедийного охвата, доли рекламного голоса, учета дисконтированных денежных потоков, генерируемых рекламой, и др. Для работы с программами необходимы данные медиа- и маркетинговых исследований.

Литература

1. Шматов Г. А. Теория медиапланирования: монография. – Екатеринбург: Гуманитарный ун-т, 2012. – 442 с.
2. Сиссорс Дж. З., Бэрон Р. Б. Рекламное медиапланирование. – СПб. : Питер, 2004. – 412 с.
3. Росситер Дж. Р., Перси Л. Реклама и продвижение товаров. – СПб. : Питер, 2000. – 656 с.