

УДК 165:501

doi:10.35853/vestnik.gu.2026.14-3.17

5.7.2

Философские начала математики

Георгий Артемович Шматов

АНО ВО «Гуманитарный университет», Екатеринбург, Россия,
sga36@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9187-1490>

Аннотация. В настоящее время наиболее распространен дедуктивно-аксиоматический метод формирования математического знания. Он позволяет достичь компактности, логической замкнутости, строгости и последовательности представления любой сформировавшейся математической теории. Обратной стороной отмеченных достоинств являются весьма существенные недостатки этого метода, обусловленные перегруженностью логической проблематикой и деталями формального характера. Недостатки логико-дедуктивного метода формирования математики позволяет преодолеть новый, эниативный (от греч. *ἐννοια* – смысл, значение) подход к ее пониманию. Он базируется на подтвержденном опытом человеческого познания положении о том, что законы, управляющие реальностью, – это законы разума, имеющие математическую природу. Для его реализации необходимо многоуровневое восприятие математики, позволяющее изучить ее эпистемологические начала, уяснить генезис математических идей и внутреннюю логику математических методов и теорий, овладеть совокупностью математических алгоритмов, освоить методы решения задач, что приводит к восприятию математики как наиболее совершенного метода познания. Только такой подход к изложению математики позволяет достичь ее подлинного понимания. В статье представлены философские основания предложенного и реализованного автором нового, эниативного подхода к пониманию математики.

Ключевые слова: познание, философия, инновации, математика, логицизм, формализм, интуитивизм, эниативный подход

Для цитирования: Шматов Г. А. Философские начала математики // Вестник Гуманитарного университета. 2026. Т. 14, № 3. С. 180–191. DOI 10.35853/vestnik.gu.2026.14-3.17.

Philosophical Foundations of Mathematics

Georgy A. Shmatov

Liberal Arts University – University for Humanities, Yekaterinburg, Russia,
sga36@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9187-1490>

Abstract. Currently, the deductive-axiomatic method of forming mathematical knowledge is the most widespread. It allows for compactness, logical closure, rigor, and consistency in the presentation of any established mathematical theory. However, the aforementioned advantages of this method are counterbalanced by its significant drawbacks, stemming from an overload of logical issues and formal details. The limitations of the logical deductive method of constructing mathematics can be surmounted by adopting a novel, ennoiative (derived from the Greek *ἐννοια* [énnoia] – meaning, concept) approach to comprehending it. It is based on the empirically confirmed premise that the laws governing reality are laws of reason, inherently mathematical in nature. Its implementation necessitates a multi-level grasp of mathematics, allowing for the study of its epistemological origins, understanding the genesis of mathematical ideas and the internal logic of mathematical methods and theories, mastering a set of mathematical algorithms, and acquiring

problem-solving methods. This leads to perceiving mathematics as the most perfect method of cognition. Only such an approach to presenting mathematics allows for its genuine comprehension. The article presents the philosophical foundations of the new, ennoiative approach to understanding and forming mathematical knowledge, proposed and implemented by the author.

Keywords: cognition, philosophy, innovation, mathematics, logicism, formalism, intuitionism, ennoiative approach

For citation: Shmatov GA. Philosophical Foundations of Mathematics. *Vestnik Gumanitarnogo universiteta* = *Bulletin of Liberal Arts University*. 2026;14(3):180-191. (In Russ.). DOI:10.35853/vestnik.gu.2026.14-3.17.

Введение

Математика не является набором аксиом, теорем и алгоритмов, а представляет собой основанный на них метод познания и понимания реальности, обладающий не только творческой силой раскрытия смысла этой реальности, но и позволяющий создавать ее новые элементы. Математика – это рациональный ключ к обладающему подлинным бытием, вечному трансцендентному миру разума, источнику законов, управляющих реальностью, единственно надежный путь, с помощью которого человеческий разум может приблизиться к истине. Формально-аксиоматические методы не являются достаточными для развития и понимания математики. По мнению А. Пуанкаре, «в ее строго логической форме математическая дисциплина принимает столь искусственный характер, что ставит в тупик любого». Интуитивные методы необходимы на стадии поиска основополагающих идей, создания новых понятий и алгоритмов, а формально-логические методы – на стадии формирования на этой базе логически непротиворечивой, надежной в своих предсказаниях системы научных взглядов, теории. Современные подходы к пониманию начал математики, такие как интуитивизм, логицизм, формализм, конструктивизм и другие, привели к стратификации математики, к ее расслоению на множество непримиримых школ и направлений, что является одной из главных **проблем** современной математики.

Целью настоящей статьи является обоснование необходимости введения нового, эниативного подхода к пониманию математики, позволяющего сохранить ее единство.

Классические начала математики

Математика (от греч. μαθημα – наука, знание; μάθαιω – учусь через размышление) – наука, позволяющая находить ответы на когнитивные вызовы человеческому разуму, возникающие в процессе познания действительности. Математику как науку можно трактовать как искусство систематических рассуждений о свойствах разумно устроенного мира идеальных математических объектов, позволяющих понять реальность, а также как совокупность результатов этих рассуждений.

Математические теории, описывающие и объясняющие явления и процессы действительности, базируются на понятиях и представлениях, хотя и основанных на свидетельствах чувственного опыта, но выходящих за его рамки и принадлежащих сфере идей. Путь к современному пониманию смысла базовых математических понятий (таких, как *число, множество, непрерывность, симметрия, размерность* и др.) занял более четырех тысячелетий, однако достигнутый уровень их понимания не является окончательным, а развитие связанных с этими понятиями идей продолжается.

Начала математического знания сформировались как часть духовного знания в древних цивилизациях Египта, Месопотамии, Индии и Китая (II–I тысячелетия до н. э.). Как самостоятельная наука математика родилась в Древней Греции (VII–VI вв. до н. э.) и с самого своего начала неразрывно связана с вопросами познания реальности. Поэтому понимание математики в отрыве от ее когнитивного содержания, ее философского контекста невозможно. При этом философию нужно понимать в самом широком смысле, включая знание первых причин. Аристотель утверждал, что «математика стала для нынешних [мыслителей] философией» [Аристотель 1976, т. 1, с. 90].

Первый греческий философ и математик Фалес Милетский (VII–VI вв. до н. э.) считал необходимым *доказывать* математические утверждения. Цель доказательства заключается в том, чтобы убедиться в правильности доказываемого утверждения, отделить истину от ошибочных утверждений и сомнительных мнений, показать общий, универсальный характер математических утверждений и тем самым получить достоверное, истинное знание. С именем Фалеса связаны теоремы о подобии треугольников, о разбиении круга его диаметром на две равные части и о том, что вписанный в окружность угол, опирающийся на диаметр, является прямым. Используя свойства подобия треугольников, Фалес измерил высоту египетской пирамиды по длине отбрасываемой ею тени, дождавшись того момента времени, когда тень вертикально стоящего на земле шеста стала равна его длине.

Ученик Фалеса Анаксимандр (VI в. до н. э.) изобрел метод доказательства справедливости некоторого неочевидного утверждения с помощью *доведения до абсурда противоположного по смыслу* утверждения (*анагогия*, от греч. ἀναγωγή – отводящий; лат. *reductio ad absurdum* – сведение к абсурду). Этот метод предполагает выполнимость закона *исключения третьего* в отношении рассматриваемых утверждений (верно либо утверждение *A*, либо утверждение, противоположное *A*) и лежит в основе *доказательства от противного* (лат. *contradictio in contrarium*), широко используемого в математике до настоящего времени. Логика доказательства от противного весьма проста: если утверждение, противоположное *A*, абсурдно, значит, само утверждение *A* является истинным в силу справедливости закона исключения третьего. Иррациональность числа $\sqrt{2}$ Евклид доказал методом от противного в книге X «Начал».

Анаксимандр пришел к пониманию того, что явления действительности можно объяснить с помощью первопринципов, *законов природы*, лежащих в основе реальности. Он считал, что первопричиной, началом (ἀρχή – архэ, начало) реальности является самодвижущееся начало – *апейрон* (ἄπειρον) – вечная, бесконечная, непрерывная, неопределенная субстанция, обладающая божественными атрибутами, из которой происходят все вещи и в которую все вещи погружены. Анаксимандр написал первый известный истории научный трактат «О природе» (Φυσικά, ок. 546 до н. э.). Название этого трактата стало широко распространенным в научной литературе: его использовали Анаксимен, Парменид, Гераклит, Эмпедокл, Анаксагор и др.; от него происходит название науки о природе – *физика*.

Фалес и Анаксимандр являются родоначальниками *аподиктического* (ἀποδεικτικός – убедительность, достоверность) метода познания, цель которого – поиск *достоверного знания, истины*, с помощью верных, логически непротиворечивых доказательств. К аподиктическому методу познания пришел также Пифагор (VI–V вв. до н. э.), который считал началом всех вещей нематериальную сущность – *числа*. Причину гармонии, упорядоченности и умопостигаемости мира Пифагор видел в том, что *бытие в целом следует гармонии чисел, идей*. Концепция познания Пифагора сформировалась благодаря открытию им числовых закономерностей, управляющих гармонией звуков, – первой математической теории, позволяющей объяснить физическое явление и понять его природу.

Числа представляют собой умопостигаемые идеи, образующие фундамент математики. Пифагор показал, что с помощью математического анализа явлений можно *получить достоверное знание* о действительности, достичь ее *понимания*, возможности *управлять* ею и в некотором смысле *создавать* новые элементы реальности. Эти результаты привели Пифагора и его последователей к выводу о том, что в основе всех вещей лежит разумное начало, умопостигаемые идеи, числа. Пифагорейцы, согласно Аристотелю, считали, что «число есть сущность всего» (букв. *to ti einai* – то, «что именно есть [данная вещь]») [Аристотель 1976, т. 1, с. 78, 455]¹. Смысл этого утверждения

¹ Ямвлих в гл. XII трактата «О жизни Пифагора» поясняет его концепцию следующим образом: «...он [порядок] есть благодаря причастности [небесного] первому и умопостигаемому. Первое же здесь есть природа чисел и логосов, пронизывающая всё; благодаря и согласно им все [небесные

состоит в том, что сущее, реальность, имеет единую идеальную природу, поскольку организующим началом всех явлений являются числа. Обоснование этой концепции состоит в том, что если бы реальность имела материальную основу, ее невозможно было бы понять: *познать можно только то, что имеет идеальную природу, природу мысли*, как, например, числа.

Проблему *истинности знания* сформулировал Парменид (VI–V вв. до н. э.), отделив *достоверное научное знание*, получаемое посредством доказательств тех или иных положений с помощью размышлений и логики, от *мнения* – недоказанного, правдоподобного, но всего лишь вероятностного суждения. Парменид является основателем европейского учения о *бытии* (онтология) и *познании* (гносеология, эпистемология)².

Проблема отделения истинного знания от заблуждения, кажущегося знанием, остается вечной проблемой, сопровождающей развитие науки, история которой показывает, что человеческий разум весьма часто впадает в заблуждения, по причине чего знание истины подменяется ложными мнениями³.

Разделение знания на достоверное и правдоподобное привело к формированию *диалектического* метода познания, дополняющего аподиктический метод и позволяющего найти путь к истине в условиях невозможности обретения знания с помощью аподиктического метода. Невозможность аподиктического доказательства возникает при решении сложных проблем, таких как формирование *основ науки*, выяснение ее *первых принципов*, в процессе чего рождаются одинаково правдоподобные, но противоположные по смыслу утверждения. Название диалектического метода произошло от используемого Сократом (470–399 гг. до н. э.) термина *διαλεκτική* – вести беседу, понимаемого как искусство находить истину с помощью правильных рассуждений. Сила диалектического метода заключается в поиске истины с помощью *анализа всех возможных точек зрения* на проблему в процессе свободного обсуждения (диалога), в ходе которого отвергаются все сомнительные утверждения и ложные мнения.

Представления Пифагора о числах как основе мира, Парменида – о Едином начале реальности, Гераклита – о Логосе, Анаксагора – о Разуме как нематериальной движущей силе привели Сократа и Платона к синтезу этих представлений в учении о сверхчувственном, нематериальном, вечном мире идей (*εἶδος* – идея сама по себе, *λόγος* – идея в уме человека). Числа и геометрические формы, позволяющие человеку познать и описать реальность, являются, согласно Платону, вестниками божественного мира идей, законы которого управляют чувственно воспринимаемым миром, природой: «...над светилами и прочими телами господствует все упорядочивающий ум» [Платон 1993, с. 435]. Познавая с помощью математики имеющую божественное происхождение видимую реальность, человек тем самым приближается к истинному знанию: «...единичное для того, кто надлежащим способом его усвоил, разъясняет и все остальное» [Там же, с. 458]. По Ямвлиху, математические науки «имеют способность направлять и приводить к неделимым эйдосам, поскольку родственны им, и тех, кто освоил [математику], уводят от тел и ведут к божественным сущностям, словно по некоей лестнице, ведущей ввысь» [Ямвлих 2020, т. 1, с. 44].

Диалектический метод был *систематически* (теоретически и на конкретных примерах) разработан Аристотелем. В отличие от Платона, Аристотель не считал диалектическое знание выше дедуктивного и относил его к знанию вероятностному в силу того, что оно базируется не на достоверных, а на правдоподобных положениях, истинное же, научное, знание основано на доказательстве: «Доказательство имеется тогда, когда умозаключение строится из истинных и первых [положений] или из таких, зна-

вещи] надлежащим образом упорядочены и достойно украшены» [Ямвлих 2020, т. 3, с. 38].

² *Онтология* (от *οντος* – сущее, *λόγος* – разумное начало, идея в уме человека, мысль, смысл, учение, отношение, слово) – учение о бытии; *гносеология* (от *γνῶσις* – знание) – учение о знании; *эпистемология* (от *ἐπιστήμη* – научное, достоверное знание) – учение о научном знании.

³ В трактате «О дивинации» (44 до н. э.) Цицерон замечает: «Право же, какую можно высказать еще нелепость, которая бы уже не была высказана кем-нибудь из философов» (книга 2, LVIII (119)).

ние о которых берет свое начало от тех или иных первых и истинных [положений]. Диалектическое же умозаключение – это то, которое строится из правдоподобных [положений]» [Аристотель 1978, т. 2, с. 349].

Основанный на доказательствах, аподиктический метод был принят и развит греческими математиками как *наиболее надежный метод получения достоверного научного знания*. Достоверность аподиктического метода, по мнению Аристотеля, гарантирует истинность двух его составных частей – *исходных посылок* (системы аксиом) и *системы доказательств*, основанной на методах логического вывода. Безошибочность посылок обеспечивается тем, что в качестве таковых выбирают *очевидные*, необходимые положения, *не требующие доказательств* (Аристотель, «Вторая аналитика», 71b21; «Топика», 100b28). Однако *очевидность и непротиворечивость не гарантируют истинности*. В такой ситуации формирование наилучшей (непротиворечивой, полной и в то же время меньшей по объему) системы аксиом требует привлечения всех познавательных возможностей – чувственных, интеллектуальных, эстетических и др. Такое понимание проблемы разработки системы аксиом стало формироваться лишь в XIX веке.

Аристотель поставил и решил задачу исследования условий вывода безошибочных следствий из принятых исходных положений с помощью правил логики, что является вторым составным элементом аподиктического метода. *Система логики*, науки правильно мыслить, изложена в «Органоне», собрании трактатов Аристотеля⁴. Система логики Аристотеля являлась основой аксиоматического метода в математике вплоть до XIX века.

Методы *дедуктивного вывода* (ἀπαγωγή, апагогия – вывод, отведение) утверждений из истинных положений с помощью силлогизмов рассмотрены Аристотелем в «Первой аналитике» (глава 25 Книги II) и во «Второй аналитике». Привычный латинский термин *deductio* (выведение), от которого получил название дедуктивный метод, ввел римский философ Боэций в сочинении «Введение в категорический силлогизм» (523). *Дедуцией* в математике называется метод вывода математических утверждений (*теорем*) из принятых исходных положений (аксиом) с помощью правил логики. «Начала» Евклида являются первым математическим трактатом, написанным с помощью *дедуктивно-аксиоматического* метода. После Аристотеля методы математической логики, но уже на иной основе, получили развитие в XIX–XX вв. в трудах Буля, де Моргана, Фреге, Бурали-Форти, Пеано, Шрёдера, Пирса, Рассела, Гильберта, Тарского, Гёделя и др.

Наряду с дедуктивным методом греческие мыслители (в особенности Сократ) открыли и привлекли для поиска истины *индуктивный метод* познания. Систематически метод индукции (лат. *inductio* – наведение, аналог используемого Аристотелем термина ἐπαγωγή – эпагогия), метод рассуждений от частного к общему, изложен в «Топике» (глава 12 Книги I), «Первой аналитике» (глава 23 Книги II), «Второй аналитике» (глава 18 Книги I)⁵. Аристотель считал, что с помощью чувственного восприятия, индуктивного и диалектического методов познания могут быть познаны *первые начала наук* («Вторая аналитика», 81b1, 100b5; «Топика», 101a35–101b), а с помощью первых начал

⁴ Логика (от λόγος – разумное начало, разум, мысль, смысл, учение, рассуждение, слово), οργάνον – инструмент, метод.

⁵ По Аристотелю, индукция – «...есть восхождение от единичного к общему» [Аристотель 1978, т. 2, с. 362]; «... созерцать общее нельзя без посредства наведения, ибо и так называемое отвлеченное познается через наведение...» [Там же, с. 289]. Индуктивный метод познания лежит в основе метода (принципа) *математической индукции*, который заключается в том, что если для любого натурального числа n из истинности некоторого математического утверждения (теоремы, формулы) для $j = 1, 2, \dots, n$ следует его справедливость для $n + 1$, то это утверждение справедливо для всех n (полная индукция). Обобщение метода индукции на *несчетные* множества ($n \rightarrow x, n \in N, x \in R$) называют *трансфинитной* индукцией. Метод математической индукции неявно используется в «Началах» Евклида. В явном виде он сформулирован Паскалем (~1665). Термин «*индукция*» ввел Валлис (1656), термин «*математическая индукция*» – де Морган (1838).

и дедуктивного метода обретается достоверное научное знание («Вторая аналитика», главы 2, 3 Книги I).

Система научного знания, сформировавшаяся в Древней Греции, лежит в основании не только греческой, но и современной математики (с некоторыми существенными оговорками). Она включает в себя совокупность *понятий*, *аксиом* и *постулатов*, на базе которых осуществляется вывод новых математических истин (*лемм*, *предложений*, *теорем*) с помощью *размышлений*, *правил логики* и *доказанных ранее утверждений*.

Математической *аксиомой* (ἀξίωμα – авторитетное утверждение) называется исходное, первичное математическое утверждение, истинность которого очевидна и поэтому общепризнанна (т. е. аксиомы не нуждаются в доказательстве и не могут быть доказаны по причине их первичности). В качестве примера приведем некоторые аксиомы из книги I «Начал» Евклида: «1. Равные одному и тому же равны и между собой. ... 3. И если от равных отнимаются равные, то остатки будут равны. ... 8. И целое больше части» (всего 9 аксиом) [Евклид 1950, с. 15].

Наряду с аксиомами в число *первых* (т. е. свойственных предмету, сущностных) *начал*, по Аристотелю, входят также *определения* понятий. *Определениями*, *дефинициями* (лат. *definitio* – предел, определение) называются истинные утверждения, с помощью которых вводятся исходные *понятия* (λόγος), относящиеся к сути вещей и создающие необходимую базу для вывода и доказательства новых верных утверждений, теорем. Задача определений – ввести отражающие суть вещей первичные понятия, а задача аксиом – сформулировать исходные истинные общие утверждения, служащие для вывода новых истинных утверждений при помощи понятий и правил логики. Приведем определения геометрических понятий из книги I «Начал» Евклида: «1. Точка есть то, что не имеет частей. 2. Линия же – длина без ширины. 3. Концы же линии – точки. 4. Прямая линия есть та, которая равно расположена по отношению к точкам на ней. 5. Поверхность есть то, что имеет только длину и ширину. 6. Концы же поверхности – линии» и т. д. (всего 23 определения) [Евклид 1950, с. 11].

Кроме определений и аксиом, в процессе научного вывода используются *предположения*, *гипотезы* (ὑπόθεσις – предположение, допущение; от ὑπό – по причине и θεσις – тезис, положение) – начальные положения, посылки, вопрос об истинности которых является *открытым* и которые имеют *вероятностный* характер, т. е. могут быть как *истинными*, так и *ложными*. Те из гипотез, которые принимаются в качестве *исходных* для дедуктивных рассуждений, Аристотель называет *постулатами* («Вторая аналитика», 76b27–35).

Постулатом (лат. *postulatum* – требование) в математике называется правдоподобное допущение, которое должно быть принято для осуществления того или иного математического построения (геометрического, арифметического, алгебраического), выполняемого с целью доказательства математического утверждения. Постулаты Евклида имеют геометрическое содержание.

Приведем в качестве примера постулаты из «Начал» Евклида (книга I, Постулаты): «Допустим: 1. Что от всякой точки до всякой точки можно провести прямую линию. 2. И что ограниченную прямую можно непрерывно продолжать по прямой. 3. И что из всякого центра всяким раствором может быть описан круг. 4. И что все прямые углы равны между собой. 5. И если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньшие двух прямых, то продолженные эти две прямые неограниченно встретятся с той стороны, где углы меньшие двух прямых» [Евклид 1950, с. 14–15].

Различие между аксиомами и постулатами, по Аристотелю, состоит в том, что правдоподобными гипотезами (т. е. утверждениями, кажущимися истинными, но не всегда ими являющимися) могут быть *лишь постулаты, но не аксиомы*, которые относятся к началам вещей и не могут быть неистинными. При формировании системы аксиом и постулатов Евклид понимал гипотетический характер утверждения о параллельных линиях и, следуя определениям, данным Аристотелем аксиомам и постулатам, поме-

стил это утверждение в список постулатов (5-й постулат первой книги «Начал»). Данное обстоятельство свидетельствует об удивительной проницательности Евклида, поскольку ясное понимание того, что это утверждение является лишь правдоподобной гипотезой, а не истиной (неоспоримым утверждением, соответствующим реальности), привело впоследствии к созданию неевклидовых геометрий.

Помимо определений, постулатов и аксиом «Начала» Евклида содержат *леммы*, *предложения*, *короллары* и *схоллии*. *Лемма* – это предварительное утверждение, служащее для доказательства основного *предложения* (неочевидного утверждения, теоремы); *королларий* – следствие из теоремы, а *схоллия* – это разъяснение к теореме, комментарий к ней.

Греческим математикам потребовалось около трех веков для того, чтобы из набора разрозненных методов землемерия создать геометрию как строгую дедуктивно-аксиоматическую науку, разработанную с помощью систематически изложенного Аристотелем аподиктического метода познания. В «Началах» Евклида геометрия приобрела классическую форму, сохранившуюся неизменной до настоящего времени и служащую образцом для построения любой завершенной математической теории. Кроме геометрии (планиметрии и стереометрии) в «Началах» Евклида изложены теория *рациональных и иррациональных отношений* (книги V и X), элементы *арифметики* (книги VII–IX) и *геометрической алгебры* (книга II). Арифметике, науке о числе (*ἀριθμός* – число), предстоял еще очень длительный путь развития, приведший в XVII–XIX вв. к созданию *теории чисел*.

Идеи и методы, содержащиеся в «Началах» Евклида, трудах Архимеда, Аполлония, Герона, Диофанта и Паппа, привели к формированию *алгебры* (IV–XVI вв.), *аналитической геометрии* и *математического анализа* (XVII в.), развитие которых показало (XX в.), что в рамках аксиоматического подхода математика не может быть построена как единая, непротиворечивая наука. Для ее развития оказались совершенно необходимыми не только дедуктивно-аксиоматические, но и индуктивные, интуитивные, эвристические методы познания, а также любые надежные, в том числе естественно-научные, когнитивные и даже эстетические, критерии оценки истинности результатов познания.

Изложенные выше представления Пифагора, Платона и Аристотеля о математике как о *всеобщей науке* оказали непосредственное влияние не только на греческих, но и на арабских и европейских математиков. Поздние греческие, индийские, китайские и арабские математики вдохнули в классическую теоретическую греческую математику новую жизнь, обогатив ее такими фундаментальными концепциями, как *дроби*, *отрицательные и иррациональные числа*, *десятичная позиционная система счисления*, *алгебра* не только как наука об общих методах решения арифметических задач и уравнений (аль-Хорезми, IX в.), но и как *аналитическое символическое исчисление* (Диофант, Лев Математик, аль-Каласади). Сабит ибн Корра (IX в.) и аль-Хайсам (X в.) развили метод исчерпывания Евдокса – Архимеда. Виет (XVI в.) внес решающий вклад в преобразование *риторической* (словесной) алгебры арабских математиков в *аналитическое символическое исчисление*, в искусство анализа алгебраических уравнений с помощью оперирования символами, позволяющее находить общие аналитические методы решения алгебраических задач. Кеплер (XVII в.) трансформировал теоретические основы греческой математики, поставив интуитивные и эвристические методы мышления на равную высоту с дедуктивно-аксиоматическим методом. Галилей сделал революционный шаг, преобразовав господствовавшие до него принципы и методы научного познания Аристотеля и сформулировав новый *научный метод* познания, давший начало современной науке. Научный метод Галилея основан на ясном понимании того, что познание реальности достижимо *только* при условии объединения умозрительного математического и опытного методов познания в единое целое, при этом объяснение и понимание

реальности достигается с помощью математики⁶. Декарт, следуя революционным идеям Кеплера и Галилея, распространил их на область не только математического, но и философского познания.

В соответствии с духом и принципами своего метода познания Декарт провозгласил идею создания *всеобщей математики* (*Mathesis universalis*)⁷, методы которой должны быть фундаментом всех наук, и благодаря этому стремлению создал (1637) *аналитическую геометрию* (*La Géométrie*).

Лейбниц, развивая идеи Декарта, поставил задачу разработать универсальный язык науки (*characteristica universalis*) и систему рассуждений (*ars combinatoria*), приводящих к истинным выводам и новым результатам не только в области математики, но также в логике и философии⁸. Эти идеи Лейбница привели его к созданию (1675) *исчисления бесконечно малых* (математического анализа).

Совершенно иным путем к открытию математического анализа пришел Ньютон (1665). Если путь Лейбница базировался в основном на идеях аналитического характера, то подход Ньютона опирался на метод научного познания Галилея. О том, что в процессе создания математического анализа Ньютон опирался на научный метод Галилея, свидетельствует тот факт, что основные понятия нового исчисления Ньютон сформулировал на языке механики: *флюента* (переменная величина, функция) – пройденный телом путь как функция времени; *флюксия* пути (производная флюенты) – скорость тела; *флюксия скорости* – ускорение тела.

Методы нового исчисления сформулированы Ньютоном в виде *взаимно обратных алгоритмов* нахождения *флюксии по заданной флюенте* и *флюенты по заданной флюксии*⁹.

Методы, в которых используются бесконечно малые величины, дифференциалы и производные, называют *дифференциальными* или *инфинитезимальными* (от лат. *infinitus* – неограниченный), а методы, в которых используются операции интегрирования, – *интегральными*. Математический анализ Ньютона является адекватным языком описания процесса *непрерывного движения* тел, находящихся под действием сил различной природы, в том числе под действием открытой Ньютоном силы тяготения. Ньютон первым продемонстрировал поразительные возможности новых методов анализа в «Математических началах натуральной философии» (1686), хотя и не изложил в них самих этих методов. Математический анализ, вначале понимаемый как анализ непрерывных величин с помощью инфинитезимальных методов (*analyse infinitesimale*), приобрел в процессе своего развития все черты нового математического исчисления.

Математическая теория движения и тяготения, разработанная Ньютоном с помощью открытых им инфинитезимальных методов анализа, позволяет не только дать точ-

⁶ Галилей был убежден, что истина записана в великой Книге, которой является Вселенная, и «понять ее сможет лишь тот, кто сначала научится постигать ее язык и толковать знаки, которыми она написана. Написана же она на языке математики, и знаки ее – треугольники, круги и другие геометрические фигуры, без которых человек не смог бы понять в ней ни единого слова; без них он был бы обречён блуждать в потемках по лабиринту» [Галилей 1987, с. 41].

⁷ Декарт характеризует ее следующим образом: «эта наука должна содержать в себе первые начала человеческого рассудка и достигать того, чтобы извлекать истины из какого угодно предмета; и, если говорить откровенно, я убежден, что она превосходит любое другое знание, переданное нам людьми, так как она служит источником всех других знаний» [Декарт 1989, с. 88].

⁸ По мнению Лейбница, наука оперирования символами позволит установить истину в любой дискуссии с помощью вычислений, производимых, как и в алгебре, по определенным правилам (см. его работу «Об универсальной науке или философском исчислении» [Лейбниц 1984, с. 494]).

⁹ Если использовать современную терминологию, то флюксия пути – это *производная* пути как функции времени, которая определяется как предел отношения приращения пути к бесконечно малому приращению времени или как отношение дифференциала пути к дифференциалу времени. *Дифференциал* – это линейная часть бесконечно малого приращения функции. Флюента является *квадратурой флюксии*: путь – квадратура скорости, скорость – квадратура ускорения. *Квадратура флюксии* – исторически первое название процедуры вычисления *определенного интеграла* от заданной функции (подробнее см. разделы 2.7, 2.8, главу 10 работы [Шматов 2026]).

ное описание движения тел и планет, но и объяснить строение Вселенной, что показал Лаплас в трактате «Изложение системы мира» (1796). Математическая теория движения Ньютона была развита и достигла своего совершенства в трудах Эйлера («Теория движения твердых тел», 1765; «Новая теория движения Луны», 1772; «Теория движения планет и комет», 1774), Лагранжа («Аналитическая механика», 1788), У. Гамильтона («Об общем методе в динамике», 1834–1835), Пуанкаре («Новые методы небесной механики», 1892–1899).

Классическая механика Ньютона является образцом математической теории, теории дифференциальных уравнений – обыкновенных и в частных производных, адекватно объясняющей поведение не только макроскопических тел Вселенной, движущихся под действием тех или иных сил, но и поведение *сплошных сред* (жидкостей и газов), теорию которых разработали Бернулли, Эйлер, д’Аламбер и Лагранж. Более того, созданная на базе механики Ньютона *аналитическая механика* (Эйлер, Лагранж, Гамильтон и др.) послужила той основой, на которой построены современные физические теории – релятивистская механика, квантовая механика, квантовая теория поля.

Греческие мыслители стояли у истоков формирования всех элементов научного метода, но им не удалось объединить умозрительный и опытный (экспериментальный) методы познания в единое целое. Причина этого заключалась в доминировании в греческой науке догматического философского учения, согласно которому к истинному знанию можно прийти *только* с помощью диалектического и аподиктического методов, относящихся к умозрительным, априорным методам познания. Как сказано выше, это учение сформировалось в школах Пифагора и Платона и было систематизировано Аристотелем. Согласно Аристотелю, основы математики (понятия и аксиомы) должны быть сформулированы философами с помощью диалектического метода, а математические истины должны выводиться математиками из аксиом с помощью дедуктивных рассуждений¹⁰.

Развитие науки показало, что путь к истине, указанный учениями Платона и Аристотеля, является более извилистым, трудным и часто недоступным по сравнению с путем, указываемым научным методом. Если оставаться в рамках представлений Платона и считать мир идей *подлинным* (а значит, истинным, неизменным и вечным) источником бытия постоянно изменяющегося мира (следовательно, временного, несовершенного, вторичного) чувственно воспринимаемой реальности, то, очевидно, что реальность, в которой воплощены *обладающие истинным бытием идеи*, может *подсказать* разуму путь к познанию *скрытой* от него истины. Возможность получить объективную подсказку в поиске истины, осуществляемую через наблюдения за реальностью, становится совершенно незаменимой и даже единственно надежной возможностью приблизиться к истине, если учесть тот факт, что *истина скрыта* от разума в силу *разделенности мира идей и реальности* по Платону или в силу *возможных ошибок в процессе познания первых начал* по Аристотелю. По этой причине пути достижения истины Платона (умозрительное восхождение к ней на основе анамнеза, припоминания души, изначально причастной к истине) и Аристотеля (умозрительное познание истины с помощью методов логики на основе понятий, определений, аксиом и постулатов) могут приводить к *искаженному* или даже к *недостоверному* знанию.

На самом деле процесс познания имеет два источника – опыт и мышление – и, в отличие от математической теории, *не поддается аксиоматизации*. Понимание справедливости этих положений пришло после создания *научного метода* познания, объединившего умозрительный математический и опытный методы познания в единое целое (XVII в.).

¹⁰ Аристотель утверждает: «...аксиомы должна рассматривать одна наука, а именно та, которой занимается философ...; ...исследование начал умозаключения также есть дело философа... Хотя математик на свой лад и пользуется общими положениями, но начала математики должна исследовать первая философия» [Аристотель 1976, т. 1, с. 124–125, 278].

Кризис классических оснований математики и необходимость нового подхода к пониманию ее начал

Научный метод привел к революции в естествознании и математике, которая обогатилась такими новыми областями, как *аналитическая геометрия, математический анализ, теория вероятностей*. Однако несмотря на то, что появление новых революционных идей и методов математики было обусловлено широким привлечением индуктивных и эвристических методов познания, общепринятым образом создания математических теорий являлись логико-аксиоматические методы ее построения.

С XIX века понимание смысла аксиом начинает существенно уклоняться от классического их понимания Аристотелем, Евклидом, греческими, арабскими и европейскими математиками. Французский математик Ж. Жергонн (1771–1859) высказал мысль о том, что «аксиомы говорят нам все, что мы можем утверждать о неопределяемых понятиях, т. е. как бы содержат неявные определения таких понятий» (цит. по: [Клайн 1984, с. 221]). Эта мысль была развита М. Пашем в «Лекциях о новой геометрии» (1882). Идеи Паша инициировали работы по основаниям геометрии итальянских математиков Дж. Пеано («Логически изложенные принципы геометрии», 1889), Дж. Веронезе (1890) и М. Пиери (1891), в которых исследовались вопросы *непротиворечивости, независимости и полноты* аксиом геометрии. Системы аксиом геометрии, более упорядоченные по сравнению с системой Евклида, предложили М. Пиери, Д. Гильберт и В. Ф. Каган в работах «Элементарная геометрия как дедуктивная система» (1899), «Основания геометрии» (1899) и «Система посылок, определяющих евклидову геометрию» (1902) соответственно. Аксиоматизацию неевклидовых геометрий осуществил Гильберт (1899).

Практически одновременно с развитием методов аксиоматизации геометрии была решена проблема построения аксиоматически строгой теории чисел и символической логики. Теория действительных чисел построена в лекциях К. Вейерштрасса (он читал их с 1860 г., опубликованы в 1872 г.), работах Ш. Мерэ (1869), Р. Дедекинда (1872), Э. Гейне (1872) и Г. Кантора (1872). Систему аксиом теории чисел разработали Дедекинды (1888) и Пеано (1889).

Символьная логика была развита в работах Буля, де Моргана, Ч. Пирса, Э. Шрёдера и аксиоматизирована Г. Фреге (1879).

Современную форму математический анализ приобрел в трудах Вейерштрасса, осуществившего его строгую *арифметизацию*¹¹ в своих лекциях. Теория множеств Кантора, созданная им в 1872–1897 гг., аксиоматизирована Э. Цермело (1908) и А. Френкелем (1921). Алгебра приобрела аксиоматическую форму в работах Гильберта и его последователей. Аксиоматизация функционального анализа осуществлена фон Нейманом (1932). Общепринятая теоретико-множественная система аксиом теории вероятностей сформирована А. Н. Колмогоровым (1933). Топология аксиоматизирована Н. Бурбаки (1939) на базе систем аксиом теории множеств Цермело – Френкеля, Бернайса (1937) и Гёделя (1939).

Арифметизация геометрии, осуществленная в рамках аналитической геометрии Декартом и Ферма, и аксиоматизация арифметики Дедекиндом и Пеано позволила Гильберту в 1900 году утверждать, что доказательство *непротиворечивости евклидовой геометрии* сводится к доказательству *непротиворечивости арифметики*. Успехи аксиоматизации геометрии, теории чисел и логики привели к постановке задачи разработки непротиворечивых оснований математики на базе создания *единой системы* аксиом. При этом понимание процесса формулировки аксиом существенно отличалось от классического идеала. Например, Буль, Паш, Пеано, Г. Грассман, Ганкель, Гильберт придерживались мнения о том, что математические понятия должны быть *непротиворечивыми* в рамках используемой системы аксиом, но *вовсе не обязательно связанными с реальностью* (см.: [Бурбаки 1963, с. 32]). То есть, согласно этим взглядам, ма-

¹¹ Смысл арифметизации заключается в сведении всех утверждений математического анализа к проверенным и надежным утверждениям (теоремам) о натуральных числах.

тематические понятия не обязаны «быть истинными», «отражать суть вещей», *иметь какой-либо реальный смысл*, как считал Аристотель (см. выше). Однако несмотря на огромные усилия математиков, задачу построения основ математики на базе логики и теории множеств, точнее, задачу построения непротиворечивой и полной системы аксиом математики решить не удалось. Из работы (1931) Курта Гёделя следует, что *аксиоматическая математика в общем случае множественна, противоречива и неполна*. Она представляет собой совокупность автономных областей со своими системами понятий и аксиом, которые не гарантируют непротиворечивость выводов и разрешимость всех математических задач.

Путь к преодолению проблем на пути математического познания заключается в поиске *связи математики с реальностью*, существование которой установлено в процессе развития науки. Именно в реальности, как показывают результаты ее осмысления, неявно содержатся фундаментальные математические истины, осознаваемые человеческим разумом. Существование этой связи приводит к принципу эниативности (осмысленности, от греч. ἐννοια – смысл), согласно которому любое понятие должно *иметь смысл и не терять его* в области применения этого понятия. Этот принцип основан на подтвержденном опытом человеческого познания положении о том, что *законы, управляющие реальностью, – это законы разума, имеющие математическую природу, доступную разуму человека*.

Следование принципу эниативности и понимание математики как когнитивной науки, согласующейся с духом научного метода, позволяет сохранить ее единство. Все ее разделы, теории и методы представляют собой составные части науки, предметом изучения которой является *разумное Начало*, источник доступной человеку реальности, его бытия во времени и пространстве, присутствующий в ней *идеально в виде ее законов* и, особым образом, в виде человеческого разума, позволяющего познавать и понимать реальность и частично осознавать ее истоки. Такое познание можно назвать приобщением к чуду соприкосновения с истиной, благодаря которому открываются тайны реальности. Это приобщение невозможно без философии и математики, ведущих разум к истине, пониманию смысла бытия¹². Более подробно эти непростые вопросы, необходимые для понимания сути математики, рассмотрены в работах автора [Шматов 2023; Шматов 2025; Шматов 2026], в которых реализован новый, эниативный подход к ее изложению.

¹² Главная *проблема бытия* каждого индивидуума – конечность его материального тела во времени – представляет для него наивысшую экзистенциальную опасность. Она не может быть решена с помощью каких-либо материальных технологий, в частности с помощью смены тела, поскольку новое тело предполагает нового человека со своей индивидуальной психикой и душой. Если душа человека – это совокупность функций нервной системы его тела, то каждый индивидуум безвозвратно исчезает вместе со своим телом, что является главнейшей угрозой для его бытия и что не может быть принято его разумом как естественный итог существования, поскольку временное бытие не может быть подлинным. Если же душа (ψυχή) человека, его разумное начало, каким-то образом причастна к идеальной, бесконечной основе реальности, то у человека есть шанс на причастность к подлинному бытию посредством родства его души с вечным, разумным Началом мира. Математическое *свидетельство существования идеального, бесконечного, разумного Начала мира*, которому родственна душа человека, в высшей степени убедительно, поскольку является прямым свидетельством его собственного разума и опыта и доступно каждому человеку. Для понимания этого свидетельства необходимо знание основных естественно-научных фактов о реальности и знакомство с математическим методом мышления (умением рассуждать, используя такие понятия, как числа, функции, геометрические фигуры, а также математические операции, законы логики, свидетельство интуиции). Совершенствуя свой разум, образ жизни и поведение, человек становится ближе к миру высшей, разумной реальности и, освободившись от уз временных и несовершенных форм, может достичь подлинного Бытия, если следовать этическому императиву: избегать всего, что не ведет к спасению души.

Выводы

В статье проведен философский анализ классического и современных подходов к пониманию начал математики, на основе которого введен и обоснован новый, эниативный подход к ее пониманию, базирующийся на представлении о реальности как воплощении математических идей и форм.

Список источников

- Аристотель. Сочинения в четырех томах. Т. 1. М. : Мысль, 1976. 552 с.
Аристотель. Сочинения в четырех томах. Т. 2. М. : Мысль, 1978. 688 с.
Аристотель. Сочинения в четырех томах. Т. 3. М. : Мысль, 1981. 614 с.
Бурбаки Н. Очерки по истории математики / пер. с фр. И. Г. Башмаковой под ред. К. А. Рыбникова. М. : Изд-во иностранной литературы, 1963. 292 с.
Галилей Г. Пробирных дел мастер / пер. Ю. А. Данилова. М. : Наука, 1987. 271 с.
Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т. 1 / вступ. ст. В. В. Соколова ; примеч. М. А. Гарцева и В. В. Соколова. М. : Мысль, 1989. 654 с.
Евклид. Начала. Книги 1–6 / пер. с греч. и коммент. Д. Д. Мордухай-Болтовского при ред. участия М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. 2-е изд., стер. М. ; Ленинград : Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1950. 448 с.
Клайн М. Математика. Утрата определенности / пер. с англ. Ю. А. Данилова ; под ред. И. М. Яглома. М. : Мир, 1984. 446 с.
Лейбниц Г. В. Сочинения в четырех томах. Т. 3 / пер. с лат. и фр. Я. М. Боровского, Г. Г. Майорова, Н. Л. Федорова и др. ; ред. и сост. тома, авт. вступ. ст. и примеч. А. А. Майоров и А. Л. Субботин. М. : Мысль, 1984. 735 с.
Платон. Сочинения в четырех томах. Т. 4 / пер. с древнегреч. А. Н. Егунова, С. П. Кондратьева, С. Я. Шейнман-Топштейн и др. ; общ. ред. А. Ф. Лосева, В. Ф. Асмуса, А. А. Тахо-Годи. М. : Мысль, 1993. 831 с.
Шматов Г. А. Начала высшей математики: идеи, методы, алгоритмы, их смысл и значение : учеб. пособие. Екатеринбург : Гуманитарный университет, 2023. 651 с.
Шматов Г. А. Начала высшей математики: идеи, методы, алгоритмы, их смысл и значение : учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. : в 3 ч. Екатеринбург : Гуманитарный университет, 2026. (ч. 1. – 608 с.; ч. 2. – 535 с.; ч. 3. – 543 с.).
Шматов Г. А. Новый подход к преподаванию математики и психология // Вызовы цифровизации : новая социальность, новые культуры, новое образование : сб. материалов и докладов XXVII Междунар. науч.-практ. конференции, Екатеринбург, 10–11 апреля 2025 года. Екатеринбург : Гуманитарный ун-т, 2025. С. 459–464. EDN NCBICW.
Ямвлих. Собрание творений в четырех томах / пер. с древнегреч. Т. А. Сениной ; пер. с нем. В. М. Линейкина. СПб. : Квадривиум, 2020. (т. 1. – 336 с.; т. 3. – 432 с.).

Информация об авторе

Георгий Артемович Шматов, канд. физ.-мат. наук, доцент, старший научный сотрудник кафедры рекламы и связей с общественностью факультета социальной психологии, АНО ВО «Гуманитарный университет» (Екатеринбург, Россия).

Information about the author

Georgy A. Shmatov, Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Assoc. Prof., Senior Researcher, Department of Advertising and Public Relations, Faculty of Social Psychology, Liberal Arts University – University for Humanities (Yekaterinburg, Russia).

Статья поступила в редакцию | Submitted 09.04.2026.

Одобрена после рецензирования | Revised 28.04.2026.

Принята к публикации | Accepted 28.04.2026.